


باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
<p>سوالات امتحان نهائی درس : جبر و احتمال      رشته : ریاضی - فیزیک      ساعت شروع : ۸ صبح      مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه</p> <p>سال سوم متوسطه      تاریخ امتحان : ۱۱ / ۳ / ۱۳۸۷</p> <p>دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۷ - ۱۳۸۶      اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی</p>		
۱	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به مکعب عدد فردی یک واحد اضافه کنیم عدد زوجی به دست می آید .	۰/۷۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی $n$ عدد $p_n = 11^n - 1$ بر عدد ۱۰ بخش پذیر است .	۱/۵
۳	اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی مثبت باشند ثابت کنید $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a+b}}$	۱
۴	می دانیم $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ اعدادی گنگ هستند . نشان دهید عدد $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ نیز عددی گنگ است .	۱
۵	۵۰ ورزشکار مرد در رشته های فوتبال ، والیبال و بسکتبال از شهرهای تهران ، مشهد ، اصفهان و بوشهر در یک اردوی ورزشی شرکت کرده اند . ثابت کنید حد اقل ۵ ورزشکار هم رشته و هم شهری هستند .	۱/۲۵
۶	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$	۱/۵
۷	رابطه ی $R$ روی مجموعه ی $\{0,1\}$ چنین تعریف شده است . الف ) ثابت کنید $R$ یک رابطه ی هم ارزی است . ب ) کلاس هم ارزی $[-2]$ را به دست آورید .	۱/۵
۸	مجموعه های $A = \{3^x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$ و $B = \{2x \mid x \in \mathbb{Z},  x  < 2\}$ داده شده است . الف ) مجموعه های $A$ و $B$ را به صورت اعضا مشخص کنید . ب ) حاصلضرب دکارتی $B \times A$ را تشکیل دهید و نمودار آن را رسم کنید .	۱/۲۵
۹	نمودار رابطه ی مقابل را رسم کنید . $R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4,  x - y  \geq 1\}$	۱/۲۵
۱۰	دو مکعب سالم را پرتاب می کنیم ، مطلوب است تعیین : الف ) تعداد اعضای فضای نمونه ای . ب ) پیشامد $A$ که در آن مجموع اعداد رو شده ۸ شود . ج ) پیشامد $B$ که در آن حاصلضرب اعداد رو شده مضرب ۱۵ شود . د ) پیشامد $A - B$ .	۲
« ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

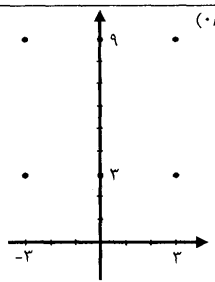
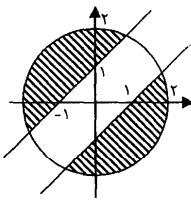
ردیف	سؤالات	نمره
سؤالات امتحان نهائی درس : جبر و احتمال		
رشته : ریاضی - فیزیک		
ساعت شروع : ۸ صبح		
مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه		
سال سوم متوسطه		
تاریخ امتحان : ۱۳۸۷ / ۳ / ۱۱		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال تحصیلی ۸۷ - ۱۳۸۶		
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	۵ دانش آموز در نظر می گیریم . احتمال این که روز تولد هیچ دو نفری از آن ها یک روز هفته نباشد را مشخص کنید.	۱
۱۲	چهار دونه $a, b, c, d$ در یک مسابقه شرکت می کنند . فرض کنیم احتمال برنده شدن $a$ سه برابر احتمال برنده شدن $b$ و احتمال برنده شدن $b$ نصف احتمال برنده شدن $c$ و دونده های $c$ و $d$ هم شانس باشند . احتمال برنده شدن $a$ یا $d$ را به دست آورید .	۱/۵
۱۳	احتمال آن که در خانه ای یخچال باشد برابر $۰/۸۵$ و احتمال آن که هم یخچال و هم تلویزیون باشد برابر $۰/۴$ و احتمال آن که حد اقل یکی از دو وسیله یخچال و تلویزیون باشد $۰/۹۶$ می باشد احتمال آن را بیابید که در این خانه : الف ( تلویزیون باشد ب ( فقط یخچال باشد	۱/۲۵
۱۴	دوازده نقطه مطابق شکل زیر روی دو خط موازی قرار دارند . از این نقطه ها سه نقطه به تصادف انتخاب می کنیم احتمال این که این سه نقطه رأس های یک مثلث باشند را ، به دست آورید . 	۱
۱۵	نقطه ای به تصادف درون مثلث قائم الزاویه متساوی الساقینی که طول هر ساق آن ۳ سانتی متر است انتخاب می کنیم مطلوب است محاسبه ی احتمال آن که فاصله ی این نقطه از هر رأس مثلث بیشتر از ۱ سانتی متر نباشد .	۱/۵
۱۶	قضیه : ثابت کنید اگر داشته باشیم $A \subseteq B$ آنگاه $P(B - A) = P(B) - P(A)$	۰/۷۵
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »

سایت اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی وزارت آموزش و پرورش به آدرس : (<http://aee.medu.ir>) تنها سایت مرجع سؤالات و رهنمای آن در کشور و همچنین پاسخگویی به سؤالات دانش آموزان در خصوص امتحانات می باشد.

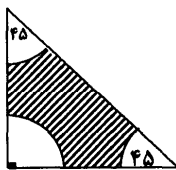
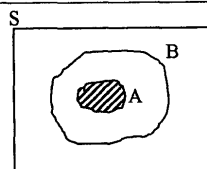
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهائی درس : جبر و احتمال		رشته : ریاضی - فیزیک
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۱ / ۳ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$x = 2k + 1$ $x^r + 1 = (2k + 1)^r + 1 = 2k^r + 12k^{r-1} + 6k + 1 + 1 = 2(4k^r + 6k^{r-1} + 3k + 1) = 2t$ <small>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</small>	۰/۷۵
۲	$P(1) : P_1 = 11^1 - 1 = 10 = 10 \cdot (1)$ (۰/۲۵) $P(k) : P_k = 11^k - 1 = 10 \cdot t$ فرض (۰/۲۵) $P(k+1) : P_{k+1} = 11^{k+1} - 1 = 10 \cdot t'$ حکم (۰/۲۵) طرفین فرض را در عدد ۱۱ ضرب می کنیم (۰/۲۵) $11^{k+1} - 11 = 10 \cdot (11t)$ $11^{k+1} - 1 - 10 = 10 \cdot (11t)$ (۰/۵) $11^{k+1} - 1 = 10 \cdot (11t + 1)$ حکم ثابت شد.	۱/۵
۳	$\frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{ab}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \geq 4\sqrt{ab} \Rightarrow a + b + 2\sqrt{ab} \geq 4\sqrt{ab} \Rightarrow a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0 \Rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ <small>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</small> بدیهی - پس با استفاده از استدلال بازگشتی مطلب برقرار است	۱
۴	$\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \notin Q' \rightarrow \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \in Q \rightarrow \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = a \rightarrow \sqrt{7} + \sqrt{3} = \frac{1}{a}$ (۰/۲۵) $\sqrt{7} = \frac{1}{a} - \sqrt{3} \rightarrow \sqrt{7} = \frac{1}{a} + 3 - \frac{2}{a}\sqrt{3} \rightarrow \frac{2}{a}\sqrt{3} = \frac{1}{a} - 4$ <small>(۰/۲۵)</small> گویا گنگ (۰/۲۵) به تناقض رسیدیم پس $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ عدد گنگ است	۱
۵	$m = 50$ کیبوتر $n = 3$ لانه (رشته ها) (۰/۲۵) $50 = 3 \times 16 + 2$ (۰/۲۵) حد اقل هم رشته اند $16 + 1 = 17$ $m = 17$ کیبوتر $n = 4$ لانه (شهرها) (۰/۲۵) $17 = 4 \times 4 + 1$ (۰/۲۵) حداقل هم شهری اند $4 + 1 = 5$ طبق اصل لانه ی کیبوتری حد اقل ۵ نفر هم رشته و هم شهری هستند (۰/۲۵) (روش دوم) $m = 50$ کیبوتر $n = 3 \times 4 = 12$ لانه (۰/۵) $50 = 4 \times 12 + 2$ $4 + 1 = 5$ (۰/۵) طبق اصل لانه ی کیبوتری حد اقل ۵ نفر هم رشته و هم شهری هستند (۰/۲۵)	۱/۲۵
« ادامه در صفحه دوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح		ردیف	
رشته : ریاضی - فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال		
تاریخ امتحان : ۱۳۸۷ / ۳ / ۱۱	سال سوم متوسطه		
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶		
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف	
۱/۵	$(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) \cap (A' \cup C') =$ $B \cap [(A \cap A') \cup (A \cap C')] = B \cap [\emptyset \cup (A \cap C')] = B \cap (A \cap C') =$ $A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C)$	۶	
۱/۵	$xRx \rightarrow xx > 0 \rightarrow x^2 > 0$ بدیهی (بازتابی) (۰/۲۵) $xRy \rightarrow xy > 0 \rightarrow yx > 0 \rightarrow yRx$ (تقارنی) (۰/۲۵) $\begin{cases} xRy \\ yRz \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy > 0 \\ yz > 0 \end{cases} \rightarrow y^2(xz) > 0 \rightarrow xz > 0 \rightarrow xRz$ (تراییبی) (۰/۵) پس R هم ارزی است (۰/۵) $xR(-2) \rightarrow (-2)X > 0 \rightarrow X < 0$ (تمام اعداد حقیقی منفی) (۰/۵)	۷	
۱/۲۵	$A = \{3, 9\}$ (۰/۲۵) $B = \{-3, 0, 3\}$ (۰/۲۵) $B \times A = \{(-3, 3), (-3, 9), (0, 3), (0, 9), (3, 3), (3, 9)\}$ (۰/۵)	شکل (۰/۲۵) 	۸
۱/۲۵	$x - y \geq 1 \quad x - y = 1$ (۰/۲۵) $x - y \leq -1 \quad x - y = -1$ (۰/۲۵)	رسم دایره (۰/۲۵) هاشور جواب (۰/۲۵) شکل (۰/۲۵) 	۹
۲	$n(s) = 6 \times 6 = 36$ (۰/۲۵) $A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$ (۰/۵) $B = \{(3, 5), (5, 3), (5, 6), (6, 5)\}$ (۰/۷۵) $A - B = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$ (۰/۵)	۱۰	
« ادامه در صفحه سوم »			

باسمه تعالی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
<p>راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : چبر و احتمال</p> <p>سال سوم متوسطه</p> <p>دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶</p> <p>اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی</p> <p>رشته : ریاضی- فیزیک</p> <p>تاریخ امتحان : ۱۱ / ۳ / ۱۳۸۷</p>		
۱۱	$p(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{7^5} = \frac{360}{2401} \quad (1)$	۱
۱۲	$P(a) = 3p(b)$ $p(b) = \frac{1}{2}p(c) \rightarrow p(c) = 2p(b) \quad (0/5)$ $p(c) = p(d)$ $p(b) = w$ $p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \quad (0/25) \quad 3w + w + 2w + 2w = 1 \rightarrow w = \frac{1}{8} \quad (0/5)$ $p(a) + p(d) = 3w + 2w = 5w = \frac{5}{8} \quad (0/25)$	۱/۵
۱۳	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (0/25) \quad 0/96 = 0/85 + P(B) - 0/4 \quad (0/25)$ $P(B) = 0/51 \quad (0/25)$ $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/85 - 0/4 = 0/45 \quad (0/5) \quad \text{فقط یخچال}$	۱/۲۵
۱۴	$P(A) = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{2} + \binom{5}{2}\binom{7}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{5 \times 21 + 10 \times 7}{220} = \frac{175}{220} = \frac{35}{44} \quad (0/5)$	۱
۱۵	<p>از مساحت مثلث مساحت نیم دایره کم می شود (۰/۲۵)</p> $a_s = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} \quad (0/25)$ $a_A = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 = \frac{9 - \pi}{2} \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{\frac{9 - \pi}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{9 - \pi}{9} \quad (0/5)$  <p>شکل (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۶	<p>می دانیم که <math>B = (B - A) \cup A</math> و با استفاده از شکل (۰/۲۵)</p> <p>مجموعه های <math>A</math> و <math>B - A</math> از هم جدا هستند بنابراین داریم</p> $P(B) = P(B - A) + P(A) \quad (0/25)$ $P(B - A) = P(B) - P(A) \quad (0/25)$ 	۰/۲۵
۲۰	جمع نمره	

همکاران گرامی لطفاً برای پاسخ های صحیح دیگر نیز نمره‌ی مناسب منظور گردد.

سایت اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی وزارت آموزش و پرورش به آدرس : <http://aee.medu.ir> تنها سایت مرجع سوالات و رهنمای آن در کشور و همچنین پاسخگویی به سوالات دانش آموزان در خصوص امتحانات می باشد.