

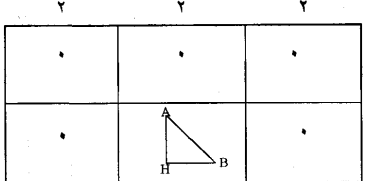
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس : جبر واحتمال		رشتهی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
ردیف	سؤالات			
۱	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید ۳ برابر مربع یک عدد فرد منهای ۳، مضرب ۱۲ است.			
۲	به روش استقراء ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}$			
۳	ایا مجموع دو عدد گنگ ، همواره عدی گنگ است؟ چرا؟			
۴	اگر $\sqrt{5}$ و $\sqrt{7}$ دو عدد گنگ باشند ، ثابت کنید $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{7})$ نیز عددی گنگ است . (برهان خلف)			
۵	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ متر انتخاب می کنیم ، ثابت کنید حد اقل ۲ نقطه از آنها فاصله ای کمتر از $2\sqrt{2}$ متر را دارند .			
۶	ثابت کنید مجموعه تهی زیر مجموعه ی همه مجموعه ها است .			
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (B \cup C) = (A - B) - C$			
۸	اگر $A = \{x x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x = 8\}$ و $B = \{x x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 4\}$ مفروض باشند ، مجموعه $B \times A - A^2$ را مشخص کنید .			
۹	نمودار رابطه $R = \{(x, y) x, y \in \mathbb{R}, x \geq y^2, y \geq x^2\}$ را رسم کنید .			
۱۰	فرض کنیم $A = \{1, 2, 3\}$ و رابطه R در A^2 به صورت زیر تعریف شده باشد : $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(3, 1)]$ را بیابید.			
۱۱	یک تاس سالم را دو بار می اندازیم ، مطلوب است تعیین : الف) پیشامد A آنکه عدد ظاهر شده در پرتاب اول ۳ باشد . ب) پیشامد B آنکه عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب عددی اول باشد. ج) پیشامد C آنکه عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب یکسان باشد. د) پیشامد آنکه C رخ دهد ولی B رخ ندهد.			
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»			

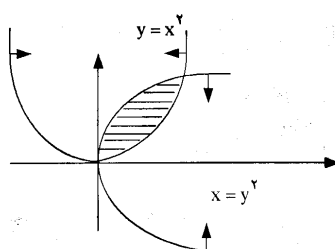
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس : جبر و احتمال		رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
ردیف	سؤالات			
۱۲	یک جعبه محتوی ۱۰ لیوان می باشد که ۴ عدد آنها معیوب است ، از این جعبه ۵ لیوان به تصادف برمی داریم ، مطلوب است محاسبه : الف) احتمال آنکه ۲ لیوان معیوب باشد. ب) احتمال آنکه تمام لیوان ها سالم باشند.			
۱۳	در یک کلاس ، (احمد و علی و بهرام) داوطلب انتخاب نمایندگی کلاس می باشند ، اگر احتمال انتخاب علی دو برابر احمد و احتمال انتخاب بهرام سه برابر علی باشد ، احتمال انتخاب هریک را بیابید.			
۱۴	در یک آزمون ۱۵ سوالی که سوالات دارای پاسخ (بلی - خیر) می باشند ، مطلوب است احتمال آنکه فردی به ۳ سوال پاسخ (بلی) داده باشد .			
۱۵	نقطه‌ای به تصادف از فضای نمونه ای $S = \{(x, y) x, y \in \mathbb{R}, 1 \leq x+y \leq 3\}$ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آنکه $x \leq 1$ و $y \leq 1$ باشد .			
۱۶	اگر $p(A') = \frac{1}{3}$ و $p(B) = 2p(A \cup B)$ و $P(A' \cup B') = \frac{1}{4}$ باشد ، مطلوب است محاسبه $p(B)$.			
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»			

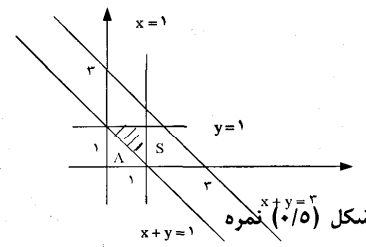
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهائی درس : جبر و احتمال		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>حکم : $3(2k+1)^2 - 3 = 12k'$ (۰/۵)</p> <p>$x = 2k+1 \rightarrow$ عدد فرد</p> <p>$3(4k^2 + 4k + 1) - 3 = 12k^2 + 12k = 12(k^2 + k) = 12k'$ (۰/۵)</p>	
۲	<p>$p(1) : 1 - \frac{1}{4} = \frac{1+2}{2+2} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>فرض استقراء (۰/۲۵)</p> <p>$p(k) : \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+2}{2k+2}$</p> <p>حکم استقراء (۰/۲۵)</p> <p>$p(k+1) : \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right)\left(1 - \frac{1}{(k+2)^2}\right) = \frac{k+3}{2k+4}$</p> <p>$p(k+1) : \left(\frac{k+2}{2k+2}\right)\left(1 - \frac{1}{(k+2)^2}\right) = \left(\frac{k+2}{2k+2}\right)\left(\frac{(k+2)^2 - 1}{(k+2)^2}\right) = \frac{k^2 + 4k + 3}{(2k+2)(k+2)} =$</p> <p>$\frac{(k+3)(k+1)}{2(k+1)(k+2)} = \frac{k+3}{2k+4}$ (نمره ۱)</p>	
۳	<p>خیر - مثال نقض</p> <p>$a = \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow a + b = 1 \in Q$ (۰/۲۵)</p>	۰/۵
۴	<p>فرض خلف (۰/۲۵)</p> <p>$2\sqrt{5} + 3\sqrt{7} \notin Q' \Rightarrow 2\sqrt{5} + 3\sqrt{7} = \frac{a}{b} \in Q \Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{a}{b} - 3\sqrt{7} \Rightarrow$</p> <p>$20 = \frac{a^2}{b^2} + 63 - 6\sqrt{7} \frac{a}{b} \Rightarrow 6\sqrt{7} \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} + 43$ (۰/۲۵)</p> <p>طرف راست رابطه مجموع دو عدد گویا عددی گویا است و طرف چپ رابطه عددی گنگ است. پس به تناقض رسیده و همان حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)</p>	۱
۵	<p>۶ = تعداد لانه ها (۰/۲۵)</p> <p>۷ = تعداد کبوترها</p> <p>بر طبق اصل لانه کبوتری حد اقل ۲ نقطه درون یک مربع فرار می گیرند (۰/۲۵)</p>  <p>شکل (۰/۲۵)</p> <p>$AB^2 = AH^2 + BH^2 < 2^2 + 2^2 \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < 2\sqrt{2}$ (۰/۵)</p>	۱/۲۵
« ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهائی درس : جبر و احتمال		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	پس x ای عضو تهی هست که عضو A نیست. و این تناقض با تعریف مجموعه تهی (که خالی است) ، دارد . (۰/۵)	۰/۵
۷	$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') = (A \cap C') \cap B' = (A - C) - B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۸	$A = \{-۴, ۲\}$, $B = \{۱, ۲\}$ $B \times A = \{(۱, -۴), (۱, ۲), (۲, -۴), (۲, ۲)\}$ (۰/۵) $A^{\vee} = A \times A = \{(-۴, -۴), (-۴, ۲), (۲, -۴), (۲, ۲)\}$ (۰/۵) $B \times A - A^{\vee} = \{(۱, -۴), (۱, ۲)\}$ (۰/۵)	۱/۵
۹	کشیدن هر نمودار (۰/۲۵) و تعیین قسمت مشترک (۰/۵)	۱
		
۱۰	(۰/۲۵) رابطه ی بازتابی $(a, b) R (a, b) \Rightarrow a^{\vee} + b^{\vee} = a^{\vee} + b^{\vee}$ $(a, b) R (c, d) \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ رابطه ی تقارنی (۰/۲۵) $a^{\vee} + b^{\vee} = c^{\vee} + d^{\vee} \Rightarrow c^{\vee} + d^{\vee} = a^{\vee} + b^{\vee} \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ $(a, b) R (c, d), (c, d) R (e, f) \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ رابطه ی تعدی (۰/۵) $a^{\vee} + b^{\vee} = c^{\vee} + d^{\vee}$ $c^{\vee} + d^{\vee} = e^{\vee} + f^{\vee} \Rightarrow a^{\vee} + b^{\vee} = e^{\vee} + f^{\vee} \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است . $A^{\vee} = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳)\}$ $[(۳, ۱)] = \{(x, y) (x, y) R (۳, ۱)\} \Rightarrow x^{\vee} + y^{\vee} = ۹ + ۱ = ۱۰$ $[(۳, ۱)] = \{(۳, ۱), (۱, ۳)\}$ (۰/۵)	۱/۵
« ادامه ی سوالات در صفحه ی سوم »		

باسمه تعالی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
<p>راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال</p> <p>رشته: ریاضی فیزیک</p> <p>سال سوم آموزش متوسطه</p> <p>تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۱۰ / ۱۱</p> <p>دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷</p> <p>اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی</p>		
۱۱	$A = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$ (۰/۵) $B = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5)\}$ (۰/۵) $C = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$ (۰/۵) $C - B = \{(1, 1), (4, 4), (6, 6)\}$ (۰/۵)	۲
۱۲	<p>۶ لیوان سالم و ۴ لیوان معیوب</p> $n(S) = \binom{10}{5} = 252$ (۰/۵) <p>الف) $n(A) = \binom{6}{2} \times \binom{4}{3} = 120$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{252} = \frac{10}{21}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $n(B) = \binom{6}{5} = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{252} = \frac{1}{42}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۳	$p(\text{احمد}) + p(\text{علی}) + p(\text{بهرام}) = 1 \Rightarrow 2x + 2x + x = 1 \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$ (۰/۲۵) <p>$p(\text{علی}) = 2p(\text{احمد}) = 2x$</p> <p>$p(\text{بهرام}) = 2p(\text{علی}) = 4x$</p> <p>$p(\text{احمد}) = x = \frac{1}{5}$ (۰/۲۵) $p(\text{علی}) = \frac{2}{5}$ (۰/۲۵) $p(\text{بهرام}) = \frac{4}{5}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۴	$p(A) = \frac{\binom{15}{3}}{\binom{35}{3}}$ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۵	<p>بی نهایت</p> $a(S) =$ (۰/۵) $a(A) = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = 0$ (۰/۵)	۱/۷۵
۱۶	<p>شکل نمونه (۰/۵)</p>  <p>$p(A' \cup B') = p(A \cap B) = 1 - p(A \cap B) = \frac{1}{4} \Rightarrow p(A \cap B) = \frac{3}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>$p(A') = \frac{1}{3} \Rightarrow p(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵)</p> <p>$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{3} p(B) = \frac{2}{3} + p(B) - \frac{3}{4} \Rightarrow p(B) = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۲۰	جمع نمره	