


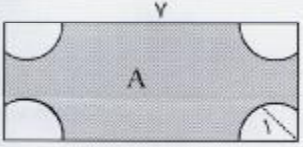
باسمه تعالی		
سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول ( دی ماه ) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸		تاریخ امتحان : ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۸۸
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://sce.medu.ir		
ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقراء ریاضی ، درستی رابطه‌ی زیر را برای هر عدد طبیعی $n$ ثابت کنید : $(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + n\sqrt{3}$	۱/۵
۲	با برهان خلف ، ثابت کنید که عدد $2\sqrt{3}$ گنگ است.	۱
۳	با ذکر دلیل ، درستی یا نادرستی هر یک را بررسی کنید : الف) برای هر عدد حقیقی $a$ ، داریم $a^x < a^x$ ب) مقدار عبارت $2^n + 1$ برای هر عدد طبیعی $n$ ، همیشه عددی اول است . ج) حاصلضرب هر دو عدد به صورت $6k + 5$ به صورت $6k^r + 1$ می باشد.	۲
۴	۲۲ عدد طبیعی دلخواه را بر ۶ تقسیم می کنیم ، نشان دهید حداقل ۴ عدد از آن ها باقیمانده مساوی را خواهند داشت.	۱
۵	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها درستی رابطه های زیر را ثابت کنید: الف) $B \subseteq A$ , $B \subseteq A' \Rightarrow B = \phi$ ب) $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$	۱/۵
۶	$y, x$ را طوری تعیین کنید که دو زوج مرتب $(2^x, x+y)$ و $(x^2 - y^2, 2^y)$ یا یکدیگر مساوی باشند.	۱
۷	مجموعه های $A = \{x   x \in Z, x \geq -1, 2^x \leq 4\}$ و $B = \{y   y \in N, y^2 \leq 4\}$ را در نظر گرفته ، اعضای مجموعه $A \times B - B^2$ را به دست آورید و نمودار آن را رسم کنید.	۱/۵
۸	رابطه‌ی $R$ روی $R^2$ به صورت زیر تعریف شده است : $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 - t^2 = z^2 - y^2$ الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-2, 3)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۹	هر یک از اعداد دو رقمی متشکل از ارقام ۴ و ۳ و ۲ و ۱ (بدون تکرار ارقام) را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها یکی را به تصادف بر می داریم ، مطلوبست تعیین : الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی. ب) پیشامد $A$ که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد. ج) پیشامد $B$ که در آن عدد روی کارت اول باشد. د) پیشامد $A \cap B'$ .	۲
« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی											
سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح									
سال سوم آموزشی متوسطه		مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه									
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸		تاریخ امتحان : ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۸۸									
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir											
ردیف	سؤالات	نمره									
۱۰	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه ای باشد ، در صورتی که داشته باشیم : $p(a) = 2p(b)$ و $p(c) = p(d) = \frac{1}{4}$ ، مطلوبست محاسبه‌ی $p(a')$ ، $p(b')$	۱/۷۵									
۱۱	در کیسه ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره قرمز موجود است ، از این کیسه دو مهره به تصادف و هم زمان خارج می کنیم ، مطلوبست احتمال آن که : الف) هر دو مهره قرمز باشند. ب) هر دو مهره هم رنگ باشند.	۱/۵									
۱۲	مطالب زیر مربوط به دو روز بارش برف می باشد ، نمودار درختی را رسم کرده و جای خالی را با توجه به آن کامل کنید. تعداد روزهای باریدن برف تعداد امکان های مختلف احتمال	۱									
	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">۰</td> <td style="padding: 0 10px;">۱</td> <td style="padding: 0 10px;">۲</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">۱</td> <td style="padding: 0 10px;">۲</td> <td style="padding: 0 10px;">۱</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>	۰	۱	۲	۱	۲	۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
۰	۱	۲									
۱	۲	۱									
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>									
۱۳	نقطه ای به تصادف داخل مستطیلی به طول ۷ و عرض ۴ در نظر می گیریم ، مطلوبست احتمال این که فاصله‌ی این نقطه از هر رأس بیشتر از ۱ باشد.	۱/۵									
۱۴	اگر $A, B$ دو پیشامد باشند به طوری که $A \subseteq B$ ، ثابت کنید : الف) $p(A) \leq p(B)$ ب) $p(B - A) = p(B) - p(A)$	۱/۲۵									
	« موفق باشید »	جمع نمره									
		۲۰									

باسمه تعالی	
رشته‌ی ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://scc.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آژاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸
ردیف	راهنمای تصحیح
۱/۵	<p><math>p(1) = 1 + \sqrt{3} \geq 1 + \sqrt{3} \quad (./25)</math></p> <p>فرض <math>p(k) = (1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3} \quad (./25)</math></p> <p>حکم <math>p(k+1) = (1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (./25)</math></p> <p>(./25) طرفین فرض را در <math>1 + \sqrt{3}</math> ضرب می کنیم.</p> <p><math>(1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (./25)</math></p> <p><math>// \geq 1 + \sqrt{3} + 3k + k\sqrt{3} \geq 1 + k\sqrt{3} + \sqrt{3}</math></p> <p><math>// \geq 3k \geq 0 \quad (./25)</math></p> <p>گزاره همواره درست است پس حکم هم درست خواهد بود.</p>
۱	<p>فرض خلف : فرض می کنیم <math>2\sqrt{3}</math> گنگ نباشد. (./25)</p> <p><math>(a, b) = 1 \quad (./25)</math> نسبت به هم اولند.</p> <p><math>2\sqrt{3} = \frac{a}{b} \quad (./25) \Rightarrow 12 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 12b^2 \Rightarrow a = 12k \quad (1) \quad (./25)</math></p> <p><math>144k^2 = 12b^2 \Rightarrow b^2 = 12k^2 \Rightarrow b = 12k' \quad (2)</math></p> <p>از (1) و (2) نتیجه می شود که <math>a, b</math> نسبت به یکدیگر اول نیستند و تناقض با تعریف اعداد گویا را دارد چون باید <math>(a, b) = 1 \quad (./25)</math>.</p>
۲	<p>الف) نادرست و مثال نقض <math>a=1 \Rightarrow 1 &lt; 1 \quad (./5)</math></p> <p>ب) نادرست و مثال نقض <math>n=3 \Rightarrow 2^3 + 1 = 9 \quad (./5)</math></p> <p>ج) درست</p> <p><math>\left. \begin{matrix} x = 6k + 5 \\ y = 6k' + 5 \end{matrix} \right\} \Rightarrow xy = (6k + 5)(6k' + 5) =</math></p> <p><math>36kk' + 30k + 30k' + 25 = \Rightarrow 6(6kk' + 5k + 5k' + 4) + 1 = 6k'' + 1 \quad (./75)</math></p>
۱	<p>عدد طبیعی ۲۲ = تعداد کیوترها (./25)</p> <p><math>\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}</math> باقیمانده بر ۶ = تعداد لانه ها</p> <p><math>22 \div 6 \Rightarrow 22 = 3 \times 6 + 4</math></p> <p><math>\frac{18}{4} \quad 3+1=4 \quad (./25)</math></p> <p>بر طبق اصل لانه کیوتر حداقل ۴ عدد باقیمانده یکسانی را دارند. (./5)</p>
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »

باسمه تعالی		
رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۱۳	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://snc.medu.ir">http://snc.medu.ir</a>	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸	
نمره	راهمای تصحیح	ردیف
۱/۵	<p>الف) <math>B \subseteq A \Rightarrow B \cap B \subseteq A \cap A' \Rightarrow B \subseteq \phi \quad (۱) \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>B \subseteq A' \Rightarrow \phi \subseteq B \quad (۲) \Rightarrow B = \phi \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>ب) <math>(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C</math></p> <p><math>(A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap [B' \cap C'] =</math></p> <p><math>(A \cup B) \cap B' \cap C' = [(A \cap B') \cup (B \cap B')] \cap C' =</math></p> <p><math>(A \cap B') \cup \phi \cap C' = (A - B) - C</math></p>	۵
۱	<p><math>\begin{cases} x^2 - y^2 = ۱۶ \Rightarrow (x+y)(x-y) = ۱۶ \Rightarrow ۸(x-y) = ۱۶ \Rightarrow x-y = ۲ \\ x+y = ۸ \end{cases} \quad (۰/۵)</math></p> <p><math>\begin{cases} x-y = ۲ \Rightarrow x = ۵ \\ x+y = ۸ \Rightarrow y = ۳ \end{cases} \quad (۰/۲۵)</math></p>	۶
۱/۵	<p><math>A = \{-۱, ۰, ۱, ۲\}</math></p> <p><math>B = \{۱, ۲\}</math></p> <p><math>A \times B = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۰, ۱), (۰, ۲), (۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۲)\} \quad (۰/۵)</math></p> <p><math>B^c = \{(-۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۲)\} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>A \times B - B^c = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۰, ۱), (۰, ۲)\} \quad (۰/۵)</math></p> <div style="text-align: right;">  </div>	۷
« ادامه در صفحه‌ی سوم »		

باسمه تعالی		
واکنش‌های تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۱۳	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	
ردیف	واکنش‌های تصحیح	نمره
۸	<p>(۰/۲۵) رابطه‌ی یازنایی</p> $1) (x, y) R(x, y) \Rightarrow x^z - y^z = x^z - y^z$ <p>(۰/۲۵) رابطه‌ی تقارنی</p> $2) (x, y) R(z, t) \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ $(x, y) R(z, t) \Rightarrow x^z - t^z = z^z - y^z \Rightarrow z^z - y^z = x^z - t^z \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ <p>(۰/۵) رابطه‌ی تعدی</p> $3) \left. \begin{aligned} (x, y) R(z, t) &\Rightarrow x^z - t^z = z^z - y^z \\ (z, t) R(c, f) &\Rightarrow z^c - f^c = c^c - t^c \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^z - f^z = c^z - y^z \Rightarrow (x, y) R(c, f)$ <p>(۰/۲۵)</p> $[(-z, z)] = \{(x, y)   (x, y) R(-z, z)\}$ <p>(۰/۲۵)</p> $x^z - z^z = -z - y^z \Rightarrow x^z + y^z = 1$ <p>تمام نقاطی که در این رابطه صدق کنند کلاس هم ارزی خواهند بود.</p>	۱/۵
۹	<p>(الف) <math>S = \{12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43\}</math> (۰/۵)</p> <p>(ب) <math>A = \{12, 24, 42\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(ج) <math>B = \{12, 22, 21, 41, 42\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(د) <math>B' = \{12, 14, 21, 24, 22, 23, 24, 42\}</math> (۰/۵)</p> <p><math>A \cap B' = \{12, 24, 42\}</math> (۰/۵)</p>	۲
۱۰	<p>(۰/۲۵) <math>p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1</math></p> <p><math>p(a) = 2p(b) = 2x</math></p> <p><math>2x + x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1</math></p> <p><math>3x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{6}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p(a) = \frac{1}{3}</math> (۰/۲۵) , <math>p(b) = \frac{1}{6}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p(a') = \frac{2}{3}</math> (۰/۲۵) , <math>p(b') = \frac{5}{6}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p(b) = x</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>p(c) = p(d) = \frac{1}{4}</math></p>	۱/۷۵
« ادامه در صفحه‌ی چهارم »		

باسمه تعالی		
	رشته‌ی ریاضی فیزیک	واکنش‌های تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۱۳	سال سوم آموزش متوسطه
	اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸
ردیف	واکنش‌های تصحیح	نمره
۱۱	الف) $p(A) = \frac{C(6,2)}{C(11,2)} = \frac{15}{55} = \frac{3}{11} \quad (0/25)$ ب) $p(B) = \frac{C(6,2)}{C(11,2)} + \frac{C(5,2)}{C(11,2)} = \frac{3}{11} + \frac{10}{55} = \frac{3}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11} \quad (0/25)$	۱/۵
۱۲	جای خالی به ترتیب برابر است با: $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ رسم نمودار درختی (۰/۲۵) هر قسمت جواب (۰/۲۵)	۱
۱۳	 $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{28 - \pi}{7 \times 4} = \frac{28 - \pi}{28} = 1 - \frac{\pi}{28} \quad (0/25)$ نمودار (۰/۲۵) (۱ نمره)	۱/۵
۱۴	داریم: $\left. \begin{aligned} (B - A) \cup A &= B \\ (B - A) \cap A &= \phi \end{aligned} \right\} \Rightarrow p[(B - A) \cup A] = p(B) \quad (0/25)$ $p(B - A) + p(A) = p(B) \quad (0/25) \Rightarrow p(B) \geq p(A) \quad (0/25)$ $p(B - A) = p(B) - p(A) \quad (0/25)$	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره « موفق باشید »	۲۰