

باسمه تعالی

| ردیف | سؤالات | نمره |
|--|---|------|
| رشته‌ی: ریاضی فیزیک ساعت شروع: ۸ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه سال سوم آموزش متوسطه تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲ دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸ اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir | | |
| ۱ | با استفاده از اصل استقراء ریاضی، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: | ۱/۵ |
| | $\frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$ | |
| ۲ | عبارت های زیر را در نظر بگیرید و دلیل درستی یا نادرستی هر یک را بنویسید. الف) اگر $x > 1$ آنگاه داریم: $4 - x^2 < 3$ ب) مکعب هر عدد فرد منهای یک، عددی زوج است. | ۱/۲۵ |
| ۳ | اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید که: | ۰/۷۵ |
| | $a^2 + b^2 \geq -4(a + b + 2)$ | |
| ۴ | با استدلال برهان خلف ثابت کنید که اگر $\sqrt{3}$ عددی گنگ است، $\sqrt{\sqrt{3} + 2}$ نیز عددی گنگ است. | ۱ |
| ۵ | هفت نقطه درون شش ضلعی منتظمی به طول ضلع ۱ انتخاب می کنیم، ثابت کنید فاصله دست کم دو تا از این نقطه ها از ۱ کمتر است. | ۱ |
| ۶ | با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید: | ۱/۷۵ |
| | $[A \cap (A - B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$ | |
| ۷ | قضیه دو شرطی زیر را ثابت کنید: | ۱ |
| | $A \subseteq B$ و $B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$ | |
| ۸ | اگر $A_n = \left[\frac{-1}{n}, \frac{2n-1}{n} \right]$ باشد، ابتدا A_1 و A_2 را مشخص کرده سپس نمودار $A_1 \times A_2$ را رسم کنید. | ۱ |
| ۹ | رابطه R در Z به صورت $x R y \Leftrightarrow 4 x - y$ تعریف شده است: الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس های هم ارزی آن را مشخص کنید. | ۱/۷۵ |
| | « ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم » | |

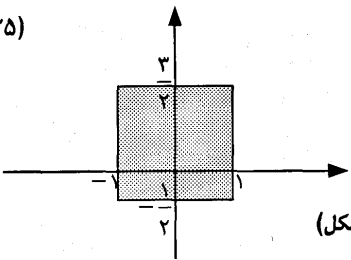
باسمه تعالی

| سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال | | رشته ی : ریاضی فیزیک | ساعت شروع : ۸ صبح | مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه |
|---|--|---|-------------------|------------------------|
| سال سوم آموزش متوسطه | | تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۳ / ۲ | | |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸ | | اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir | | |
| ردیف | سؤالات | نمره | | |
| ۱۰ | چهار سکه را با هم پرتاب می کنیم ، مطلوب است : الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای این تجربه تصادفی . ب) پیشامد A که در آن حداقل سه بار رو بیاید . ج) پیشامد B که در آن فقط یک بار پشت بیاید . د) پیشامد $A - B$ را بیابید . | ۲ | | |
| ۱۱ | می خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش آموز رشته تجربی و ۶ دانش آموز در رشته ریاضی انتخاب کنیم ، مطلوب است احتمال آنکه : الف) هر سه نفر رشته ریاضی باشند . ب) دو نفر رشته تجربی و یک نفر رشته ریاضی باشند. | ۱/۵ | | |
| ۱۲ | تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد اول ، سه برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است ، اگر در پرتاب این تاس A پیشامد وقوع عدد کوچکتر از ۴ باشد ، احتمال وقوع پیشامد A را محاسبه کنید . | ۱/۵ | | |
| ۱۳ | اگر x, y دو عدد تصادفی از بازه حقیقی $[۰, ۲]$ باشند ، احتمال آن را بیابید که داشته باشیم : $۲ \leq y + ۲x \leq ۴$ | ۱/۵ | | |
| ۱۴ | تاس سالمی را ۸ بار می اندازیم ، احتمال آن را حساب کنید که حداقل ۶ بار عددی فرد آمده باشد . | ۱ | | |
| ۱۵ | اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و داشته باشیم : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ و $P(B) = ۲P(A) = ۰/۸$ ، مطلوب است محاسبه $P(A' \cap B')$. | ۱/۵ | | |
| | « موفق باشید » | جمع نمره | ۲۰ | |

باسمه تعالی

| راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | | رشته‌ی: ریاضی فیزیک |
|---|---|--|
| سال سوم آموزش متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲ |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸ | | اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http:// aee.medu.ir |
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
| ۱ | $P(1) = 0 = 1 - 1 \Rightarrow 0 = 0 \quad (0/25)$ $P(k) = \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{k-1}{k!} = 1 - \frac{1}{k!} \quad (0/25)$ $P(k+1) = \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{k-1}{k!} + \frac{k}{(k+1)!} = 1 - \frac{1}{(k+1)!} \quad (0/25)$ $p(k+1) = 1 - \frac{1}{k!} + \frac{k}{(k+1)!} = \frac{(k+1)! - (k+1) + k}{(k+1)!} = \frac{(k+1)! - 1}{(k+1)!} = 1 - \frac{1}{(k+1)!} \quad (0/25)$ | ۱/۵ |
| ۲ | <p>(الف) درست $4 - x^2 < 3 \Rightarrow 1 < x^2 \Rightarrow x > 1$ یا $x < -1$ $(0/5)$</p> <p>(ب) درست $x = 2k + 1 \rightarrow (2k + 1)^3 - 1 = 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1 - 1 = 2(4k^3 + 6k^2 + 3k) = 2k'(4k^2 + 6k + 3)$ $(0/25)$</p> | ۱/۲۵ |
| ۳ | $a^2 + b^2 + 2(a + b + 2) \geq 0 \Leftrightarrow (a^2 + 2a + 4) + (b^2 + 2b + 4) \geq 0 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (b + 2)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ <p>گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی برقرار است.</p> | ۰/۷۵ |
| ۴ | $\sqrt{\sqrt{3} + 2} \notin Q' \Rightarrow \sqrt{\sqrt{3} + 2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \sqrt{3} + 2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a^2}{b^2} - 2 \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a^2 - 2b^2}{b^2} \quad (0/25)$ <p>به تناقض رسیده ایم و همان حکم اولیه برقرار است. $(0/25)$</p> | ۱ |
| ۵ | <p>تعداد کبوترها = ۷ نقطه $(0/25)$</p> <p>تعداد لانه ها = ۶ مثلث $(0/25)$</p> <p>بر طبق اصل لانه کبوتر $(0/25)$ ، $(7 > 6)$ یعنی حداقل دو نقطه وجود دارد که درون مثلثی قرار دارد. $(0/25)$ $kL < OD \Rightarrow kL < 1$</p> | ۱ |
| ۶ | $[A \cap (A \cap B)'] \cup [B \cap (A' \cup B')] = [A \cap (A' \cup B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] = \quad (0/25)$ $[(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A') = (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B \quad (0/25)$ | ۱/۷۵ |
| « ادامه در صفحه ی دوم » | | |

باسمه تعالی

| | | |
|---|---|--|
| راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس جبر و احتمال | | رشته‌ی: ریاضی فیزیک |
| سال سوم آموزش متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲ |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸ | | اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http:// aee.medu.ir |
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
| ۷ | اثبات: اگر $A \subseteq B$ تمام اعضای A در B قرار دارند و اگر $B \subseteq A$ تمام اعضای B در A قرار دارند پس $A = B$ (۰/۵). $(A \subseteq B, B \subseteq A) \Rightarrow A = B$ (فرض ، حکم) اثبات: $A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$ (فرض ، حکم) | ۱ |
| ۸ | $A_1 = [-1, 1]$ (۰/۲۵) ، $A_2 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ (۰/۲۵)  (۰/۵) شکل | ۱ |
| ۹ | الف) $(x R y) \Leftrightarrow x - y = 4k$ رابطه بازتابی $(x R x) \Rightarrow x - x = 4k \Rightarrow 0 = 4k$ (۰/۲۵) $(x R y) \Rightarrow (y R x)$ رابطه تقارنی $x R y \Rightarrow x - y = 4k \Rightarrow y - x = -4k = 4(-k) = 4k'$ (۰/۲۵) $(x R y), (y R z) \Rightarrow (x R z)$ رابطه تعدی $x R y \Rightarrow x - y = 4k$ $y R z \Rightarrow y - z = 4k' \Rightarrow x - z = 4(k + k') = 4k'' \Rightarrow (x R z)$ (۰/۵) هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵) ب) چهار کلاس هم ارزی $[0], [1], [2], [3]$ را دارد. (۰/۵) | ۱/۲۵ |
| ۱۰ | الف) $n(s) = 2^4 = 16$ (۰/۵) ب) $A = \{(r, r, r, r), (r, r, r, p), (r, r, p, r), (r, p, r, r), (p, r, r, r), (r, r, r, r)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(r, r, r, r), (r, r, r, p), (r, r, p, r), (r, p, r, r), (p, r, r, r), (r, r, r, r)\}$ (۰/۵) د) $A - B = \{(r, r, r, r)\}$ (۰/۵) | ۲ |
| ۱۱ | $n(s) = \binom{16}{3} = 560$ (۰/۲۵) ب) $P(B) = \frac{\binom{10}{2} \binom{6}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{27}{56}$ (۰/۷۵) ، الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{1}{28}$ (۰/۵) | ۱/۵ |
| « ادامه در صفحه ی سوم » | | |

باسمه تعالی

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | | رشته‌ی: ریاضی فیزیک | | | | | | | | | | | | |
| سال سوم آموزش متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۳ / ۲ | | | | | | | | | | | | |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال تحصیلی ۱۳۸۸ | | اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http:// aee.medu.ir | | | | | | | | | | | | |
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | $P(۲) = P(۳) = P(۵) = ۳x \quad (./۲۵)$ $P(۱) = P(۴) + P(۶) = x \quad (./۲۵)$ $A = \{۱, ۲, ۳\} \rightarrow P(A) = x + ۳x + ۳x = ۷x = \frac{۷}{۱۲} \quad (./۵)$ | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> $y + 2x = 4$ <table border="1" style="margin: 0 auto;"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> </div> <div style="text-align: center;"> $y + 2x = 2$ <table border="1" style="margin: 0 auto;"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td>۰</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۰</td></tr> </table> </div> </div> $P(A) = \frac{S_A}{S_S} = \frac{4 - (\frac{2 \times 1}{2} + \frac{2 \times 1}{2})}{4} = \frac{1}{2} \quad (./۲۵)$ | x | y | ۲ | ۰ | ۱ | ۲ | x | y | ۰ | ۲ | ۱ | ۰ | ۱/۵ |
| x | y | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۰ | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | | |
| x | y | | | | | | | | | | | | | |
| ۰ | ۲ | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۰ | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | $P(A) = \frac{\binom{۸}{۶}}{۲^۸} + \frac{\binom{۸}{۷}}{۲^۸} + \frac{\binom{۸}{۸}}{۲^۸} = \frac{۲۸}{۲۵۶} + \frac{۸}{۲۵۶} + \frac{۱}{۲۵۶} = \frac{۳۷}{۲۵۶} \quad (./۲۵)$ | ۱ | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) =$ $1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - [P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)] =$ $1 - [0/4 + 0/8 - 0/32] = 1 - 0/88 = 0/12 \quad (./۲۵)$ | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | همکار محترم ضمن عرض خسته نباشید ، لطفاً به راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید . جمع نمره | | | | | | | | | | | | | |