

باسمه تعالی	
سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	ساعت شروع: ۹ صبح
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره: کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
	http://aee.medu.ir
ردیف	سؤالات
نمره	
۱	با استفاده از اصل استقراء ریاضی، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $1 \times 2^1 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + n \times 2^n = (n-1) \times 2^{n+1} + 2$
۲	اگر x گنگ باشد، آیا x^2 همواره گویا است؟ چرا؟
۳	با استدلال استنتاجی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد زوج متوالی، مضرب ۸ است.
۴	با استدلال برهان خلف ثابت کنید که: اگر $x \neq 1$ و $\frac{y^3}{2x} = 4$ آنگاه داریم: $y \neq 2$.
۵	شرکت کنندگان در یک آزمون ریاضی ۱۰۲۵ نفر می باشند. آیا حداقل دو شرکت کننده یافت می شود که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها به زبان فارسی یکسان باشد؟ چرا؟
۶	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: الف) $(B - A) \cup (A \cap B) = B$ ب) $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$
۷	مجموعه های $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 1\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 - 2x = 0\}$ را در نظر گرفته و سپس اعضای $A^2 - A \times B$ را مشخص کنید.
۸	نمودار رابطه ی زیر را رسم کنید. $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 9, y + x \geq 3\}$
۹	رابطه R روی \mathbb{R}^2 به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a^2 d = c^2 b$ الف) ثابت کنید رابطه R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کرده، آیا این کلاس یک مجموعه منتهای است؟
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »

باسمه تعالی		رشته ی: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	سال سوم آموزش متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۱۰		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات	نمره	
۱۰	تاس و سکه سالمی را با هم پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی. ب) پیشامد A که در آن تاس عدد بزرگتر از ۳ بیاید. ج) پیشامد B که در آن سکه پشت بیاید. د) پیشامد $A - B$ را مشخص کنید.	۲	
۱۱	یک کارت از میان ۳۰ کارت به شماره های ۱ تا ۳۰ را به تصادف بیرون می آوریم احتمال آن را بیابید که: الف) عدد روی کارت مضرب ۲ یا مضرب ۳ باشد. ب) عدد روی کارت مضرب ۲ و مضرب ۳ باشد.	۱/۵	
۱۲	در فضای نمونه ای $S = \{a, b, c\}$ اگر داشته باشیم: $P\{a, b\} = 2P\{c\}$ در این صورت $P\{c\}$ را بیابید.	۱/۵	
۱۳	سه وجه مکعبی به رنگ زرد و سه وجه دیگر آن به رنگ سبز است، این مکعب را ۷ بار پرتاب کرده ایم، احتمال آن که ۳ بار سبز آمده باشد را بیابید.	۱	
۱۴	دو عدد حقیقی x, y را به تصادف انتخاب می کنیم به طوری که: $x \in [0, 3]$ و $y \in [-2, 0]$ ، مطلوب است احتمال آن که $ x+y \leq 1$.	۱/۵	
۱۵	اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند ثابت کنید: $P(A' \cup B) - P(A \cap B) = 1 - P(A)$	۱/۵	
	« موفق باشید »	جمع نمره	۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۰/۰۶/۱۳۸۸
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی نایبستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	
۱/۵	$p(1): 2 = 2 \quad (0/25)$ <p>شروع استقراء</p> $p(k): 1 \times 2^1 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + k \times 2^k = (k-1) \times 2^{k+1} + 2 \quad (0/25)$ <p>فرض استقراء</p> $p(k+1): 1 \times 2^1 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + k \times 2^k + (k+1) \times 2^{k+1} = k \times 2^{k+2} + 2 \quad (0/5)$ <p>حکم استقراء</p> $(k-1) \times 2^{k+1} + 2 + (k+1) \times 2^{k+1} = 2k \times 2^{k+1} + 2 = k \times 2^{k+2} + 2 \quad (0/5)$ <p>طرف اول حکم</p>	۱
۰/۵	$x = \sqrt[3]{2} \rightarrow x^2 = \sqrt[3]{4} \notin \mathbb{Q} \quad (0/5)$ <p>خیر و یک مثال نقض نوشته شود.</p>	۲
۱	$x = 2k, y = 2k + 2 \quad (0/25)$ <p>فرض</p> $xy = 8k^2 \quad (0/25)$ <p>حکم</p> $xy = 2k(2k + 2) = 4k^2 + 4k = 4k(k + 1) = 8k^2 \quad (0/5)$ <p>حاصل ضرب دو عدد متوالی زوج است.</p>	۳
۱	<p>فرض خلف: فرض کنیم که $y = 2$، در این صورت داریم: $(0/25)$</p> $\frac{8}{2x} = 4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (0/5)$ <p>تناقض با فرض قضیه را دارد پس حکم اولیه برقرار است. $(0/25)$</p>	۴
۱/۵	<p>نام خانوادگی و نام</p> $32 \times 32 = 1024 \quad (0/5)$ <p>تعداد لانه‌ها:</p> $1025 > 1024 \Rightarrow (0/25)$ <p>تعداد کبوترها:</p> $1025 = 1 \times 1024 + 1 \quad (0/25)$ <p>بر طبق اصل لانه کبوتر $(0/25)$ حداقل دو شرکت کننده یافت می‌شود که حرف اول نام و نام خانوادگی آن‌ها یکسان باشد. $(0/25)$</p>	۵
۱/۵	<p>الف) $(B - A) \cup (A \cap B) = (B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B$ $(0/25)$ $(0/25)$</p> <p>ب) $(A \cap B \cap C)' = ((A \cap B) \cap C)' = (A \cap B)' \cup C' = A' \cup B' \cup C'$ $(0/25)$ $(0/25)$ $(0/25)$</p>	۶
۱/۵	$A = \{-1, 0, 1\} \text{ و } B = \{0, 2, -2\}$ $A^2 = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (1, 1), (1, -1), (1, 0), (0, 0), (0, 1), (0, -1)\} \quad (0/5)$ $A \times B = \{(-1, 0), (-1, 2), (-1, -2), (0, 0), (0, 2), (0, -2), (1, 0), (1, 2), (1, -2)\} \quad (0/5)$ $A^2 - A \times B = \{(-1, -1), (-1, 1), (1, 1), (1, -1), (0, 1), (0, -1)\} \quad (0/5)$	۷
« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »		

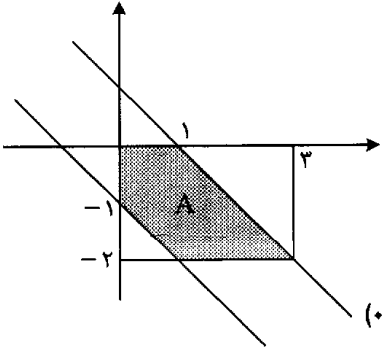
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته ی : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۶ / ۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸	اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	<p>رسم دایره (۰/۲۵) رسم خط (۰/۲۵) محل مشترک (۰/۵)</p>	۱
۹	<p>۱) رابطه بازتابی (۰/۲۵) $(a,b) R (a,b) \Rightarrow a^2 b = a^2 b$ ۲) $(a,b) R (c,d) \Rightarrow (c,d) R (a,b)$ رابطه تقارنی (۰/۲۵) $(a,b) R (c,d) \Rightarrow a^2 d = c^2 b \Rightarrow c^2 b = a^2 d \Rightarrow (c,d) R (a,b)$ ۳) $(a,b) R (c,d) \Rightarrow (a,b) R (e,f)$ $(c,d) R (e,f)$ رابطه تعدی (۰/۵) $a^2 f = e^2 b \Rightarrow (a,b) R (e,f)$ دو رابطه را ضرب و ساده کنیم چون هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. خیر این یک کلاس نامتناهی است. (۰/۵) $[(-1,2)] = \{(x,y) (x,y) R (-1,2)\} \Rightarrow y = 2x^2$</p>	۱/۵
۱۰	<p>الف) $S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)\}$ (۰/۵) ب) $A = \{(1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)\}$ (۰/۵) د) $A - B = \{(1,4), (1,5), (1,6)\}$ (۰/۵)</p>	۲
۱۱	<p>الف) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 3, 9, 15, 21, 27\}$ $\rightarrow p(A) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ (۰/۷۵) ب) $B = \{6, 12, 18, 24, 30\} \rightarrow p(B) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ (۰/۷۵)</p>	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی سوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۶ / ۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دور هی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۸		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$p\{a, b\} = 3p\{c\} \Rightarrow p\{a\} + p\{b\} = 3p\{c\} \quad (0/5)$ $p\{a\} + p\{b\} + p\{c\} = 1 \Rightarrow 3p\{c\} + p\{c\} = 1 \Rightarrow p\{c\} = \frac{1}{4} \quad (0/5)$	۱/۵
۱۳	$p(A) = \frac{\binom{7}{3}}{2^7} = \frac{35}{128} \quad (0/5)$	۱
۱۴	$ x + y \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x + y \leq 1$  $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{6 - (\frac{1}{2} + 2)}{6} = \frac{\frac{7}{2}}{6} = \frac{7}{12} \quad (0/5)$ <p>شکل (۰/۵)</p>	۱/۵
۱۵	<p>اثبات $p(A' \cup B) - p(A \cap B) = p(A') + p(B) - p(A' \cap B) - p(A \cap B) =$</p> $p(A') + p(B) - p(B) + p(A \cap B) - p(A \cap B) = 1 - p(A) \quad (0/5)$	۱/۵
۲۰	جمع نمره	

باسلام خدمت مصححین گرامی ، لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر نیز به تناسب نمره منظور فرمایید.