

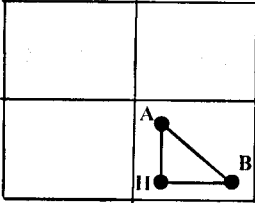
سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸/۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۱۳		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با یکی از کلمات ( شهودی - تمثیلی - استقرایی - استنتاجی ) کامل کنید : الف) استدلال ..... روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است . ب ) استدلال ..... روش نتیجه گیری کلی با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته ایم .	۰/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید : $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$	۱/۲۵
۳	کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست است ؟ برای عبارات های نادرست مثال نقض بیاورید. الف) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ ، عددی گویاست. ب ) مربع هر عدد فرد به اضافه یک ، عددی زوج است. پ ) برای هر عدد طبیعی $n$ آنگاه $2^n + 3$ عددی اول است.	۱/۲۵
۴	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند ، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱
۵	اگر $a$ ، $b$ دو عدد حقیقی باشند ، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید : $2a^2 + b^2 + 1 \geq 2(a - ba)$	۱
۶	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد آنگاه $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.	۱
۷	مجموعه های $A = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -2 < k < 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 4\}$ مفروضند : الف) مجموعه های $A$ ، $B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب ) اعضای مجموعه $A \Delta B$ را معین کنید. ج ) اعضای مجموعه $B^2 - (A \times B)$ را مشخص کنید.	۲
۸	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید : $(A - B) \cap (B - A) = \Phi$	۱/۵
۹	رابطه ی $R$ روی $\mathbb{Z}^2 - \{(0,0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است : $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است . ب ) کلاس هم ارزی $[(-2, 1)]$ را مشخص کنید.	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

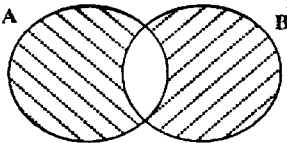
سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸/۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۳ / ۱۰ / ۱۳۹۱	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	در عبارتهای زیر فضای نمونه پیوسته و گسسته را مشخص نمایید. الف) فضای نمونه طول عمر یک لامپ ب) فضای نمونه پرتاب یک سکه و یک تاس	۰/۵
۱۱	اگر $A$ و $B$ دو پیشامد معین باشند ، پیشامد " تنها یکی از دو پیشامد $A$ و $B$ اتفاق بیفتد " را با استفاده از نمودار ون نمایش دهید.	۱
۱۲	تاس سالمی را $۱۰$ بار پرتاب می کنیم ، احتمال آن که $۷$ بار عدد روی تاس فرد ظاهر شده باشد ، چقدر است ؟	۱
۱۳	سکه سالمی را پرتاب می کنیم اگر پشت بیاید $۲$ بار دیگر سکه را پرتاب می کنیم و اگر رو بیاید تاس سالمی را می ریزیم، مطلوب است احتمال آن که : الف) تاس زوج بیاید. ب) سکه فقط دو بار پشت بیاید .	۲
۱۴	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین $۰$ و $۲$ انتخاب می شوند ، مطلوب است احتمال آن که مجموع دو عدد بین $۱$ و $۲$ باشد.	۲
۱۵	برای دو پیشامد $A$ و $B$ از فضای نمونهی $S$ ثابت کنید: $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$	۲
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

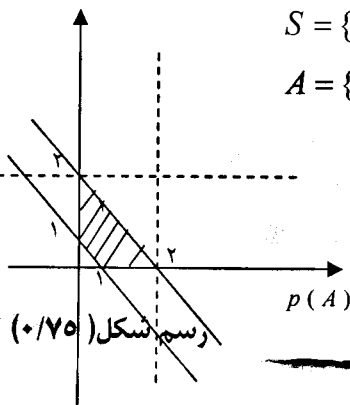
ساعت شروع : ۸:۳۰ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳/۱۰/۱۳۹۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) استقرایی (۰/۲۵)      ب) استنتاجی (۰/۲۵)	۰/۵
۲	$P(1): 2 = 2(1)^2 \quad (0/25)$ $P(K): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) = 2k^2 \quad (0/25)$ $P(K+1): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) + (4k + 2) = 2(k+1)^2 \quad (0/25)$ $P(K+1): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) + (4k + 2) = 2k^2 + (4k + 2) \quad (0/25)$ $= 2(k^2 + 2k + 1) = 2(k+1)^2 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۳	الف) نادرست (۰/۲۵) مثال نقض (۰/۲۵)      ب) درست (۰/۲۵)      پ) نادرست (۰/۲۵) مثال نقض (۰/۲۵)	۱/۲۵
۴	<p>سطح مربع را به ۴ مربع مساوی تقسیم می کنیم.</p> <p>۴ مربع را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) بنابراین اصل <del>کبوتری</del> حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مربع های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵)</p> <p>طول هر ضلع مربع کوچک یک واحد می باشد. با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست می آید:</p> $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \quad (0/25)$ $(AB)^2 < 1^2 + 1^2 \Rightarrow (AB)^2 < 2 \Rightarrow AB < \sqrt{2} \quad (0/25)$ 	۱
۵	$2a^2 + b^2 + 1 \geq 2(a - ba) \Rightarrow 2a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a \geq 0 \Rightarrow (a-1)^2 + (a+b)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (۰/۵)</p>	۱
۶	$\sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ (گنگ نیست)} \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3} = a \text{ (ا گویا)} \Rightarrow \sqrt{3} = a - \sqrt{2} \Rightarrow$ $3 = a^2 + 2 - 2a\sqrt{2} \Rightarrow 2a\sqrt{2} = a^2 - 1 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a^2 - 1}{2a} \Rightarrow \text{گویا} \neq \text{گنگ}$ <p>به تناقض رسیده ایم یعنی حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)</p>	۱
« ادامه در صفحه ی دوم »		

ساعت شروع : ۸:۳۰ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳/۱۰/۱۳۹۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	الف) $A = \{-1, 1, 3\}$ (۰/۵) $B = \{1, 2\}$ (۰/۵) ب) $A \Delta B = \{-1, 2, 3\}$ (۰/۵) پ) $B^c - (A \times B) = \{(2, 1), (2, 2)\}$ (۰/۵)	۲
۸	$(A - B) \cap (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A') = (A \cap A') \cap (B \cap B') = \Phi$ (۰/۵) (۰/۵)	۱/۵
۹	بازتابی است. (۰/۲۵) $1) (x, y) R(x, y) \Rightarrow x^2 + 5y^2 = x^2 + 5y^2$ $2) (x, y) R(z, t) \Rightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2 \Rightarrow z^2 + 5t^2 = x^2 + 5y^2 \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ تقارنی است (۰/۲۵) $3) \left\{ \begin{array}{l} (x, y) R(z, t) \Rightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2 \\ (z, t) R(e, f) \Rightarrow z^2 + 5t^2 = e^2 + 5f^2 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + 5y^2 = e^2 + 5f^2 \Rightarrow (x, y) R(e, f)$ تعدی است (۰/۵) پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ب) $[(-2, 1)] = \{(x, y) \in Z^2 - \{(0, 0)\} \mid (x, y) R(-2, 1)\} = \{(x, y) \mid x^2 + 5y^2 = 9\}$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۲
۱۰	الف) پیوسته (۰/۲۵) ب) گسسته (۰/۲۵)	۰/۵
۱۱		۱
۱۲	صورت و مخرج کسر هر قسمت (۰/۵) $P = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{10}{7}}{2^{10}}$	۱
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

ساعت شروع : ۸:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱۳/۱۰/۱۳۹۱		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$S = \{1R, 2R, 3R, 4R, 5R, 6R, PRR, PRP, PPR, PPP\} \Rightarrow n(S) = 10 \quad (0/5)$ $A = \{2R, 4R, 6R\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{10} \quad (0/75)$ $B = \{PPR, PRP\} \Rightarrow n(B) = 2 \Rightarrow P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad (0/75)$	۲
۱۴	$S = \{(x, y) \mid 0 < x < 2, 0 < y < 2\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid 1 < x + y < 2\} \quad (0/25)$  $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8} \quad (0/75)$	۲
۱۵	$A = (A - B) \cup (A \cap B) \quad (0/5)$ $P(A) = P[(A - B) \cup (A \cap B)] \quad (0/25)$ دو پیشامد ناسازگارند پس طبق اصل ۳ داریم: $(0/5)$ $P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) \quad (0/5)$ $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad (0/25)$	۲
	جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.