

## باسمه تعالی

مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲	

ردیف	سوالات	نمره
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید: الف) شهود می تواند یک ..... یا احساس بدون استدلال باشد. ب) اگر مجموعه A دارای ۳ عضو باشد ، مجموعه $A \times A$ دارای ..... زیر مجموعه است.	۰/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید : $P(n) : 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	۱/۵
۳	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند ، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۲۵
۴	اگر $x, y$ دو عدد حقیقی باشند ، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید : $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	۱/۲۵
۵	با استفاده از برهان خلف ، نشان دهید $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.	۱/۲۵
۶	مجموعه های $A = \{ 2^x \mid x \in \mathbb{N} , x < 3 \}$ و $B = \{ x \in \mathbb{Z} \mid  x  \leq 1 \}$ مفروضند : الف) مجموعه های A ، B را با نوشتن اعضوها مشخص کنید. ب) مجموعه $(B \times A)$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید.	۱/۵
۷	اگر $A = [-i, 2-i]$ و $i \in \mathbb{N}$ باشد ، مطلوب است $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ و $\bigcup_{i=1}^4 A_i$	۱
۸	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید : $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$	۱/۵
۹	رابطه ی R روی $\{(0,0)\} - z^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow xt = yz$ الف) نشان دهید که R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-3, 2)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
	« ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »	

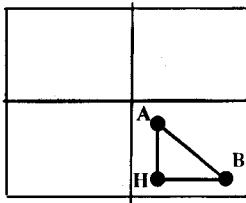
سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲	تعداد صفحه: ۲	
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید: الف) فضای نمونه بیوسته یک مجموعه متناهی به صورت بازه هایی از اعداد حقیقی و یا اشکال و احجام هندسی می باشند. ب) هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای را یک پیشامد گوئیم. پ) پیشامد $A \cap B$ تنها وقتی حاصل می شود که یکی از دو پیشامد های $A$ یا $B$ اتفاق بیفتد.	۰/۷۵
۱۱	اگر $A$ و $B$ دو پیشامد معین باشند ، پیشامد " فقط پیشامد $A$ اتفاق بیفتد " را با استفاده از نمودار ون نمایش دهید.	۱
۱۲	تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. اگر $A$ پیشامد وقوع عددی کمتر از پنج باشد ، احتمال وقوع پیشامد $A$ چقدر است ؟	۱/۵
۱۳	خانواده ای دارای سه فرزند است فضای نمونه ای را نوشته ، مطلوب است احتمال اینکه: الف) حداقل دارای ۲ پسر باشد. ب) فرزند اول دختر باشد.	۶/۵
۱۴	دو عدد حقیقی $x, y$ را به طور تصادفی از بازه $(۱, ۳)$ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که مجموع دو عدد بین ۳ و ۴ باشد.	۲
۱۵	برای دو پیشامد $A$ و $B$ از فضای نمونه ی $S$ ثابت کنید: $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$	۲
	« موفق باشید »	۲۰
	جمع نمره	

## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) دانش غریزی (۰/۲۵) ب) $۲^۹$ (۰/۲۵)	۰/۵
۲	$P(1): 1^2 = \frac{1(1+1)(2+1)}{6} \Rightarrow 1=1 \quad (۰/۲۵)$ $P(K): 1+2^2+3^2+\dots+k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \quad (۰/۲۵)$ $P(K+1): 1+2^2+3^2+\dots+k^2+(k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} \quad (۰/۲۵)$ $P(K+1): 1+2^2+3^2+\dots+k^2+(k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \quad (۰/۲۵)$ $= \frac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6} = \frac{(k+1)(k(2k+1)+6(k+1))}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} \quad (۰/۵)$	۱/۵
۳	<p>سطح مربع را به ۴ مربع مساوی تقسیم می کنیم.</p> <p>۴ مربع را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) چون <math>۵ &gt; ۴</math> بنا بر اصل لانه کبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مربع های کوچک تعلق دارند. (۰/۵)</p> <p>طول هر ضلع مربع کوچک یک واحد می باشد. با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست می آید:</p> $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \quad (۰/۲۵)$ $(AB)^2 < 1^2 + 1^2 \Rightarrow (AB)^2 < 2 \Rightarrow AB < \sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$ 	۱/۲۵
۴	$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 - 2xy - 2x - 2y \geq 0 \Rightarrow \quad (۰/۵)$ $(x-1)^2 + (x-y)^2 + (y-1)^2 \geq 0 \quad (۰/۵)$ <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

## باسمه تعالی

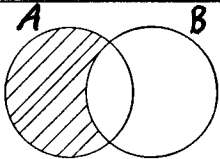
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	<p>اگر <math>\sqrt{2}</math> گنگ نباشد پس گویاست بنابراین <math>\sqrt{2} = \frac{p}{q}</math> که در آن <math>p</math> و <math>q \neq 0</math> اعداد صحیح می باشند که نسبت به هم اول هستند. (۰/۲۵)</p> <p><math>\sqrt{2} = \frac{p}{q} \Rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow 2q^2 = p^2 \Rightarrow p^2</math> زوج است <math>\Rightarrow p</math> زوج است <math>\Rightarrow p = 2k(0/5) \Rightarrow p^2 = 4k^2</math></p> <p><math>\Rightarrow 2q^2 = 4k^2 \Rightarrow q^2 = 2k^2 \Rightarrow q^2</math> زوج است (۱/۲۵) <math>\Rightarrow q</math> زوج است</p> <p>با فرض اول بودن <math>p</math> و <math>q</math> به تناقض رسیده ایم یعنی حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۶	<p>الف) <math>A = \{2, 4\}</math> (۰/۵) <math>B = \{-1, 0, 1\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>B \times A = \{(-1, 2), (0, 2), (1, 2), (-1, 4), (0, 4), (1, 4)\}</math> (۰/۵)</p>	۱/۵
۷	<p><math>A_1 = [-1, 1]</math> <math>A_2 = [-2, 0]</math> <math>A_3 = [-3, -1]</math> <math>A_4 = [-4, -2]</math> (۰/۵)</p> <p><math>\bigcup_{i=1}^4 A_i = [-4, 1]</math> (۰/۲۵) <math>\bigcap_{i=1}^4 A_i = \Phi</math> (۰/۲۵)</p>	۱
۸	<p><math>[(A-B) \cup (B-A)] \cup (A \cap B) = [(A \cap B') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B) =</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>(A \cap B') \cup [(B \cap (A \cup A'))] = (A \cap B') \cup B = (A \cup B) \cap (B \cup B') = (A \cup B)</math> (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۹	<p><math>(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow xt = yz</math></p> <p>۱) <math>(x, y) R(x, y) \Rightarrow xy = xy</math> (۰/۲۵) بازتابی است.</p> <p>۲) <math>(x, y) R(z, t) \Rightarrow xt = yz \Rightarrow zy = tx \Rightarrow (z, t) R(x, y)</math> (۰/۲۵) تقارنی است</p> <p>۳) <math>\left\{ \begin{array}{l} (x, y) R(z, t) \Rightarrow xt = yz \\ (z, t) R(e, f) \Rightarrow zf = te \end{array} \right\} \Rightarrow (xt)(zf) = (yz)(te) \Rightarrow xf = ye \Rightarrow (x, y) R(e, f)</math></p> <p>تعدی است (۰/۲۵) پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب)</p> <p><math>[(-3, 2)] = \{(x, y) \in Z - \{(0, 0)\}   (x, y) R(-3, 2)\} = \{(x, y)   2x = -3y \Rightarrow y = \frac{-2}{3}x\}</math> (۰/۵)</p>	۱/۵
۱۰	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵)	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

باسمه تعالی

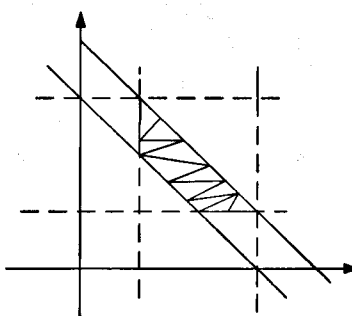
ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱		۱۱
---	---	----

۱/۵	<p>احتمال وقوع عددی فرد <math>a =</math></p> $a + 2a + a + 2a + a + 2a = 1 \Rightarrow 9a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{9} \quad (0/25)$ <p>احتمال وقوع عددی کمتر از ۵:</p> $A = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow p(A) = a + 2a + a + 2a = 6a = 6\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{2}{3} \quad (0/25)$	۱۲
-----	--	----

۱/۵	$S = \{ddd, ddp, dpd, pdd, ppp, ppd, pdp, dpp\} \Rightarrow n(s) = 8 \quad (0/5)$ $A = \{ppp, ppd, pdp, dpp\} \Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow p(A) = \frac{4}{8} \quad (0/5)$ $B = \{ddd, ddp, dpd, dpp\} \Rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{8} \quad (0/5)$	۱۳
-----	---	----

۲	$S = \{(x, y) \mid 1 < x < 3, 1 < y < 3\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid 3 < x + y < 4\} \quad (0/25)$  $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{4 - (\frac{1}{2} + 2)}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8} \quad (0/75)$ <p>رسم شکل (۰/۷۵)</p>	۱۴
---	--	----

## باسمه تعالی

ساعت شروع : ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال
تاریخ امتحان ۱ / ۳ / ۱۳۹۲		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۲

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۲	$A = (A - B) \cup (A \cap B) \quad (0/5) \Rightarrow P(A) = P[(A - B) \cup (A \cap B)] \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;"><math>(A - B)</math> و <math>(A \cap B)</math> دوپیشامد ناسازگارند زیرا:</p> $(A - B) \cap (A \cap B) = (A \cap B') \cap (A \cap B) = A \cap (B \cap B') = \phi \quad (0/5)$ $P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) \quad (0/25) \Rightarrow P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad (0/5)$	۱۵
۲۰	جمع نمره	

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.