

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات		
ردیف	نمره		
۱	با استدلال استنتاجی ثابت کنید که اگر مربع های دو عدد فرد را از هم کم کنیم ، حاصل عدد زوجی خواهد بود .		
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم : $(1 \times 3) + (2 \times 5) + (3 \times 7) + \dots + (n \times (2n + 1)) = \frac{4n^3 + 9n^2 + 5n}{6}$		
۳	b عددی گویا و $\sqrt{5}$ عددی گنگ است ، با استدلال برهان خلف ثابت کنید $b - \sqrt{5}$ هم عددی گنگ می باشد .		
۴	در یک مهمانی ۳۹ نفر حضور دارند ، حد اقل چند نفر آنها روز تولدشان در یک روز از هفته می باشد و چرا ؟		
۵	اگر a عددی حقیقی و منفی باشد ، آنگاه ثابت کنید : $a + \frac{1}{a} < 2$		
۶	نمودار رابطه زیر را رسم کنید : $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - 2 \leq y \leq x + 1\}$		
۷	اگر A و B دو مجموعه باشند : الف) با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید : $A \Delta A' = U$ ب) $A \subseteq B$ ثابت کنید : $A \cup B = B$		
۸	مجموعه های $A = \{2^x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 + x - 2 = 0\}$ مفروضند : الف) اعضای A و B را محاسبه کرده و سپس $B \times A$ را با اعضا مشخص کنید . ب) نمودار $B \times A$ را در صفحه مختصاتی رسم کنید .		
۹	رابطه R روی $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ بصورت زیر تعریف شده است : $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 t = z^2 y$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 6)]$ را مشخص کنید .		
« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »			

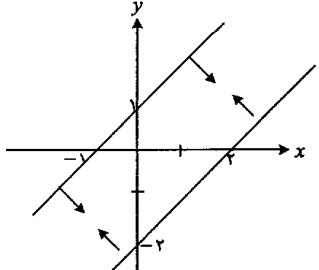
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۳ / ۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	تاس سالمی را دو بار می اندازیم ، مطلوب است : الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای آن . ب) پیشامد A که عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب مساوی باشد. ج) پیشامد B که عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب عددی اول باشد. د) پیشامد C که A رخ دهد ولی B رخ ندهد .	۲
۱۱	در یک مصاحبه تلویزیونی با مردم راجع به داشتن کامپیوتر شخصی ، از ۳۰ نفر تصادفی پرسیدند ، احتمال آن که ۲۵ نفر پاسخ مثبت داده باشند ، را محاسبه کنید .	۱
۱۲	در جعبه ای ۶ مهره آبی و ۴ مهره سفید موجود است ، ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم، مطلوب است احتمال آن که : الف) حد اقل ۲ مهره آبی باشند . ب) هیچ کدام از مهره ها آبی نباشند .	۲
۱۳	سه دونه a و b و c باهم مسابقه می دهند ، احتمال برد a دو برابر احتمال برد b و احتمال برد b دو برابر احتمال برد c است . الف) احتمال برد a را بیابید . ب) احتمال آنکه a یا b ببرند را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	نقطه ای به تصادف درون مربعی به ضلع ۴ انتخاب می کنیم ، اگر A پیشامد آن باشد که فاصله این نقطه تا مرکز مربع بیش تر از یک شود ، احتمال وقوع A را محاسبه کنید.	۱
۱۵	اگر $p(A) = \frac{2}{5}$ و $p(B) = \frac{3}{5}$ و $p(A \cup B) = \frac{4}{5}$ ، در این صورت $p(A \cap B')$ را محاسبه کنید .	۱/۵
	« موفق باشید »	۲۰
	جمع نمره	

باسمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$1) \underbrace{(2k+1)^2 - (2k'+1)^2}_{(0/25)} = \underbrace{(4k^2 + 4k + 1) - (4k'^2 + 4k' + 1)}_{(0/25)} =$ $\underbrace{2(2k^2 + 2k - 2k'^2 - 2k')}_{(0/25)} = \frac{2A}{(0/25)}$	۱
۱/۵	$p(1): 3 = \frac{4+9+5}{6} \Rightarrow 3=3 \quad (0/25)$ $p(k): (1 \times 3) + (2 \times 5) + \dots + k(2k+1) = \frac{4k^2 + 9k^2 + 5k}{6} \quad (0/25)$ $p(k+1): (1 \times 3) + (2 \times 5) + \dots + k(2k+1) + (k+1)(2k+3) =$ $\frac{4(k+1)^2 + 9(k+1)^2 + 5(k+1)}{6} = \frac{4k^2 + 21k^2 + 35k + 18}{6} \quad (0/5)$ $p(k+1): \frac{4k^2 + 9k^2 + 5k}{6} + (k+1)(2k+3) = \frac{4k^2 + 21k^2 + 35k + 18}{6} \quad (0/5)$	۲
۱	$\sqrt{5} - b = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q} + b \quad (0/5) \Rightarrow \text{گویا} = \text{گنگی}$ <p>جمع دو عدد گویا، عددی گویا است. (0/25)</p> <p>به تناقض رسیده ایم، پس همان حکم اولیه برقرار است. (0/25)</p>	۳
۱	$39 = 5 \times 7 + 4 \Rightarrow 5 + 1 = 6 \quad (0/25)$ <p>محاسبه (0/5)</p> <p>بر طبق اصل لانه کبوتر حداقل ۶ نفر روز تولدشان در یک روز هفته یکسان است. (0/25)</p>	۴
۱	$a + \frac{1}{a} < 2 \quad a < 0 \Leftrightarrow a(a + \frac{1}{a}) > 2a \Leftrightarrow a^2 + 1 - 2a > 0 \Leftrightarrow$ $(a-1)^2 > 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow \text{حکم برقرار است}$	۵
۱	<p>رسم هر خط (0/25)</p> $y = x + 1$ $y = x - 2$ <p>رسم کامل نمودار و مشخص کردن قسمت مشترک (0/5)</p> 	۶
« ادامه در صفحه‌ی دوم »		

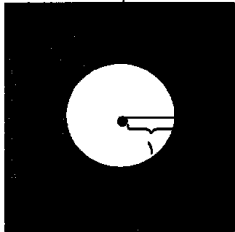
باسمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	<p>الف) $(A - A') \cup (A' - A) = (A \cap A) \cup (A' \cap A') = A \cup A' = U$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $(A \cup B) \subset B$, $B \subset (A \cup B)$ باید ثابت کنیم، هر دو طرف زیر مجموعه‌ی یکدیگرند. (۱) (۲) رابطه (۲) بدیهی است (۰/۲۵)</p> <p>$x \in A \cup B \Rightarrow x \in A \vee x \in B$ \Downarrow $A \subset B \Rightarrow x \in B$ (۰/۵) اثبات رابطه (۱)</p>	۱/۵
۸	<p>الف) $A = \left\{ \frac{1}{2}, 1, 2 \right\}$, $B = \{-5, 4\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$B \times A = \left\{ (-5, \frac{1}{2}), (-5, 1), (-5, 2), (4, \frac{1}{2}), (4, 1), (4, 2) \right\}$ (۰/۵)</p> <p>ب) رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۵
۹	<p>الف) $(x, y) R (x, y) \Rightarrow x^2 y = x^2 y$ رابطه بازتابی (۰/۲۵)</p> <p>ب) $(x, y) R (z, t) \Rightarrow (z, t) R (x, y)$ $x^2 t = z^2 y \Rightarrow z^2 y = x^2 t$ رابطه تقارنی (۰/۲۵)</p> <p>ج) $(x, y) R (z, t)$, $(z, t) R (e, f) \Rightarrow (x, y) R (e, f)$ دو رابطه در هم ضرب می‌شوند. $\begin{cases} x^2 t = z^2 y \\ z^2 f = e^2 t \end{cases} \Rightarrow x^2 f = e^2 y \Rightarrow (x, y) R (e, f)$ رابطه تعدی (۰/۵)</p> <p>هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.</p> <p>$[(-1, 6)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (-1, 6)\} \Rightarrow 6x^2 = (-1)^2 y \Rightarrow y = 6x^2$ (۰/۵)</p>	۱/۵
۱۰	<p>الف) $n(s) = ۳۶$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$ (۰/۵)</p> <p>ج) $B = \{(2, 3), (3, 2), (2, 5), (5, 2), (3, 5), (5, 3), (2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$ (۰/۷۵)</p> <p>د) $C = A - B = \{(1, 1), (4, 4), (6, 6)\}$ (۰/۵)</p>	۲
	« ادامه در صفحه‌ی سوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۳ / ۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$p(A) = \frac{\binom{30}{25} (0/5)}{30 (0/5)}$	۱
۱۲	<p>الف) $p(A) = \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{1} + \binom{6}{3} (0/5)}{\binom{10}{3} (0/25)} = \frac{15 \times 4 + 20}{120} = \frac{2}{3} (0/25)$</p> <p>ب) $p(B) = p(\text{هیچ کدام مهره آبی} = \text{هر سه مهره سفید}) = \frac{\binom{2}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} (0/25)$</p>	۲
۱۳	$P(a) = 2P(b) = 4x$ $p(a) + p(b) + p(c) = 1$ $p(b) = 2p(c) = 2x$ $4x + 2x + x = 1$ $p(c) = x (0/5)$ $x = \frac{1}{7} (0/5)$ <p>الف) $p(a) = \frac{4}{7} (0/25)$</p> <p>ب) $p\{a, b\} = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7} (0/25)$</p>	۱/۵
۱۴	 <p>شکل (۰/۵) S</p> $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{16 - \pi}{16} (0/25)$	۱
۱۵	$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{1}{5} (0/25)$ $p(A \cap B') = p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) = \frac{1}{5} (0/25)$	۱/۵
۲۰	جمع نمره « موفق باشید »	